

# Mécanique quantique

Pierre-François Cohadon - [cohadon@lkb.upmc.fr](mailto:cohadon@lkb.upmc.fr)

Ecole EPhyD - 2017

Vous trouverez ci-joint :

1. Un TD de niveau L3 (et son corrigé) sur les expériences d'interférences atomiques
2. Un autre TD sur la visualisation de la fonction d'onde d'atomes de Cs piégés dans des puits harmoniques
3. Un article de vulgarisation sur l'observation d'effets quantiques dans des résonateurs mécaniques macroscopiques

On peut aussi conseiller :

1. la page web de Jean Dalibard (<http://www.phys.ens.fr/~dalibard/>), qui propose entre autres des articles de vulgarisation et ses notes de cours (très claires) du Collège de France
2. le tout premier cours de l'année 2012-13 notamment, qui explique l'origine du potentiel dipolaire utilisé dans l'expérience de confinement d'atomes de Cs
3. sur le sujet *Résonateurs quantiques macroscopiques*, il y a une très bonne vidéo, même si Oskar Painter s'y donne franchement le beau rôle...  
<https://www.youtube.com/watch?v=BMvT2sriq34>

Ces documents ne sont bien sûr pas tous au niveau de l'école EPhyD, mais les parcourir répond à beaucoup de questions.

## Expérience d'interférences avec des atomes

Après des expériences réalisées avec des électrons ou des neutrons, la première expérience d'interférences avec des atomes a été réalisée sur le modèle des fentes d'Young en 1991 à l'Université de Constance.

Des atomes d'hélium ( $^4\text{He}$ ) émis par une source thermique passent successivement par une fente d'entrée (largeur  $s_1 = 2\ \mu\text{m}$ ), puis par une double fente (écartement  $d = 8\ \mu\text{m}$ , largeur  $s_2 = 1\ \mu\text{m}$ ), avant d'être détectés. La figure d'interférences est observée avec une fente de sortie.

1. Donner un ordre de grandeur de la longueur d'onde de de Broglie  $\lambda_{\text{dB}}$  des atomes pour une température de la source  $T = 295\ \text{K}$ .  
On rappelle la valeur de l'unité atomique de masse :  $1\ \text{uma} \simeq 1,6 \times 10^{-27}\ \text{kg}$ .
2. Quel est le rôle de la fente d'entrée ?
3. Quel est l'interfrange mesuré pour  $T = 295\ \text{K}$  ? En déduire la valeur de  $\lambda_{\text{dB}}$ .  
Reprendre la question pour  $T = 83\ \text{K}$ .
4. Quels facteurs peuvent limiter la visibilité des interférences ?
5. Pourquoi la source thermique ne peut-elle pas être un simple four ?
6. Depuis, des expériences similaires ont également été réalisées avec des entités aussi complexes que des biomolécules comme  $C_{60}$  ou  $C_{60}F_{48}$  (de masse  $m = 1632\ \text{uma}$ ).  
Quelles en sont d'après vous les principales difficultés ?

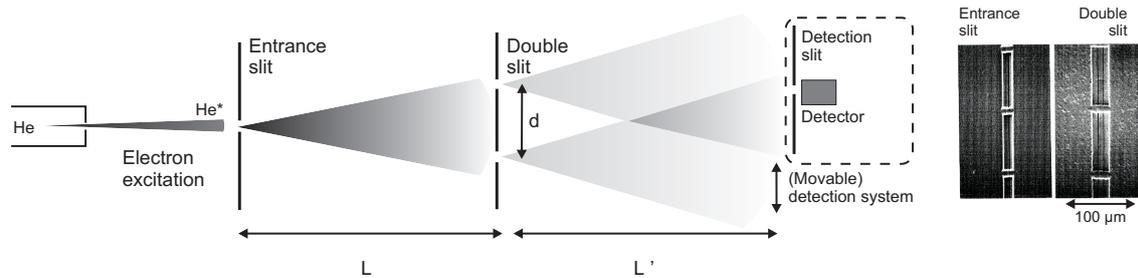


FIGURE 1 – Montage expérimental utilisé par Carnal et Mlynek. La figure d'interférences est visualisée en déplaçant l'ensemble constitué par la fente de sortie et le détecteur.  $L = L' = 64$  cm. A droite, vue au microscope électronique des fentes utilisées.

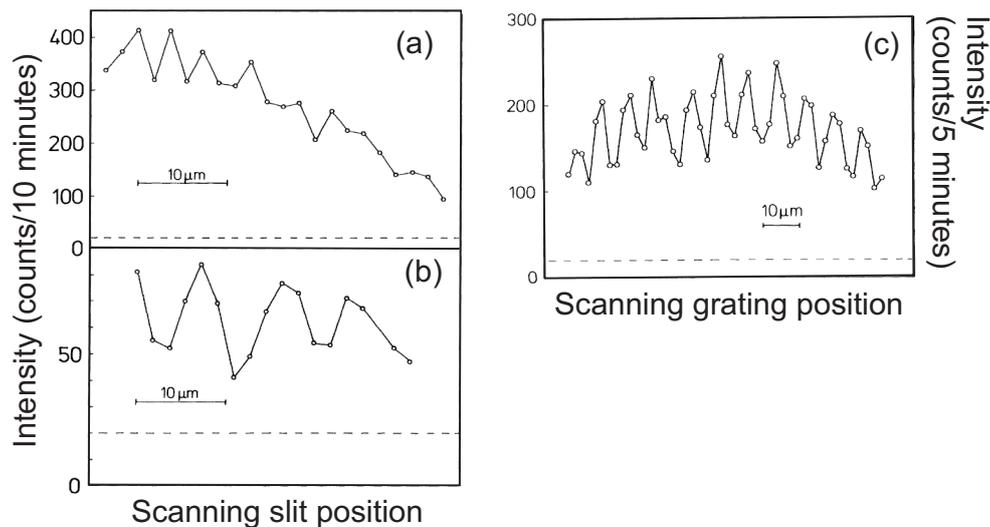


FIGURE 2 – Résultats expérimentaux de Carnal et Mlynek. Figures d'interférences obtenues pour  $T = 295$  K (a) et  $T = 83$  K (b et c). Pour limiter la durée de l'expérience, seule une moitié de la figure est visualisée. Remplacer la fente de sortie par un réseau dont la période est égale à celle attendue pour la figure d'interférences permet d'augmenter significativement le signal observé (c) par rapport à (b). Les pointillés représentent le bruit de fond du détecteur.

### Bibliographie :

La première expérience d'interférences avec des atomes, discutée ici :

O. Carnal et J. Mlynek, *Young's double-slit experiment : A simple atom interferometer*, Phys. Rev. Lett. **66**, 2689 (1991).

Deux expériences réalisées avec des molécules massives (fullérènes et biomolécules) :

M. Arndt *et al.*, *Wave-particle properties of  $C_{60}$  molecules*, Nature **401**, 680 (1999).

L. Hackermueller *et al.*, *Wave Nature of Biomolecules and Fluorofullerenes*, Phys. Rev. Lett. **91**, 090408 (2003).

# Correction

L'expérience a été réalisée avec des atomes  $^4\text{He}$  pour plusieurs raisons :

- faible masse (ce qui augmente la longueur d'onde de de Broglie des atomes, et facilite l'observation des interférences)
- atome inerte chimiquement (puisqu'il est dans la dernière colonne de la classification), ce qui évite qu'il n'endommage les structures utilisées pour diffracter le faisceau et pour réaliser les fentes d'Young
- l'atome possède un état métastable (d'une durée de vie de plusieurs milliers de secondes, l'infini à l'échelle de cette expérience!), ce qui facilite sa détection (car un atome qui percute le détecteur y perd ses 20 eV d'énergie interne)
- on sait (et on savait déjà) en réaliser des sources relativement intenses

1. La longueur d'onde de de Broglie  $\lambda_{\text{dB}}$  est donnée par  $\lambda_{\text{dB}} = h/mv$ , donc pour des atomes thermiques pour lesquels la vitesse quadratique moyenne  $v_{\text{qm}}$  est donnée par  $\frac{1}{2}mv_{\text{qm}}^2 \simeq \frac{1}{2}k_{\text{B}}T$ , on obtient :

$$\lambda_{\text{dB}} \simeq \frac{h}{\sqrt{mk_{\text{B}}T}} \simeq 1,3 \times 10^{-10} \text{ m}, \quad (1)$$

soit 1,3 Å pour une température de la source  $T = 295 \text{ K}$ .

Insistons sur le fait qu'il s'agit d'un **ordre de grandeur** : la distribution des vitesses dans un jet est différente de celle dans une enceinte (sans surprise, les molécules les plus rapides sont celles qui ont le plus de chances de sortir de l'enceinte et elles sont donc surreprésentées dans le jet).

2. La fente d'entrée garantit un éclairage cohérent des deux fentes. En effet, l'angle de diffraction est  $\theta = \lambda_{\text{dB}}/s_1 \simeq 5 \times 10^{-5} \text{ rad}$ , si bien que  $\theta L \simeq 30 \mu\text{m} \gg d$ .
3. Si on ne tient compte que de l'effet d'interférence entre les deux fentes, on s'attend à une figure d'interférences à deux ondes de la forme :

$$I(x) = \frac{I_0}{2} (1 + \cos \phi) = \frac{I_0}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi dx}{\lambda_{\text{dB}} L'} \right), \quad (2)$$

où  $\phi = 2\pi\delta/\lambda_{\text{dB}}$  est le déphasage entre les deux chemins (avec  $\delta \simeq xd/L'$ ).

On s'attend ainsi à un interfrange  $\Lambda = L'\lambda_{\text{dB}}/d$ .

Sa valeur mesurée sur l'énoncé (courbe *a* de la figure 2) correspond à une longueur de 2,7 cm pour 5 interfranges, alors que le repère de 10  $\mu\text{m}$  correspond à 1,2 cm. On en déduit un interfrange  $\Lambda = (2,7 \times 10)/(5 \times 1,2) = 4,5 \mu\text{m}$  (l'article mentionne effectivement une valeur de  $4,5 \pm 0,6 \mu\text{m}$ ).

Cette valeur correspond à une longueur d'onde  $\lambda_{\text{dB}} = 0,56 \text{ \AA}$ , en bon accord avec l'ordre de grandeur calculé plus haut (avec les limites déjà évoquées).

Pour  $T = 83 \text{ K}$ , on trouve respectivement 8,4  $\mu\text{m}$  d'interfrange et une longueur d'onde de 1,03 Å, en excellent accord avec la dépendance attendue en  $1/\sqrt{T}$  (voir l'éq. 1).

4. On peut citer comme facteurs qui limitent la visibilité des interférences :
  - largeur de la fente source, qui induit une distribution des vitesses transverses

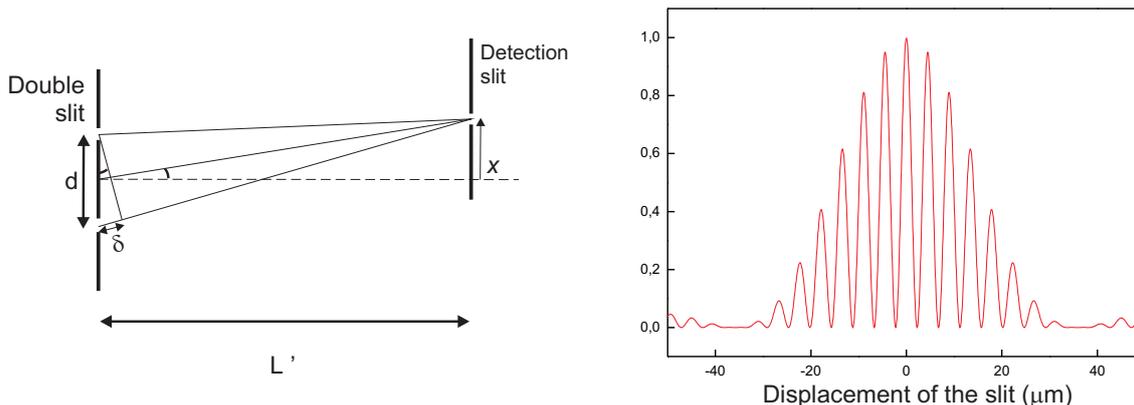


FIGURE 3 – Gauche : notations et principe du calcul de la figure d’interférences des deux fentes d’Young. Droite : figure d’interférences attendue pour les paramètres de l’expérience, avec  $\lambda_{dB} = 0,56 \text{ \AA}$ .

- largeur finie des fentes, qui module la figure d’interférence par un terme de la forme  $\text{sinc}^2(\pi s_2 x / \lambda_{dB} L')$  (dont on a tenu compte pour tracer la courbe de la figure 1). Pour les paramètres de l’expérience, on peut s’attendre à voir une dizaine de franges avec un bon contraste sur l’ensemble de la figure d’interférences.
  - distribution des vitesses et donc des longueurs d’onde : c’est l’équivalent d’une expérience d’interférences en lumière blanche !
  - éventuellement, la largeur de la fente de détection ; mais ici, elle est nettement plus petite que l’interfrange ( $1 \mu\text{m}$  contre  $5$  à  $8 \mu\text{m}$ ), donc cet effet joue peu.
5. Si on réalisait l’expérience avec un jet issu d’une enceinte thermalisée, on aurait une dispersion des vitesses  $\Delta v$  du même ordre que la vitesse moyenne  $\bar{v}$ , ce qui limiterait drastiquement le contraste. On réalise en fait une détente supersonique du gaz d’hélium, qui permet d’obtenir un rapport  $\bar{v} / \Delta v \simeq 15$  à  $20$ .
  6. On peut songer à plusieurs difficultés :
    - la masse étant (beaucoup) plus élevée, la longueur d’onde  $\lambda_{dB}$  sera très petite (de l’ordre de quelques pm)
    - il faudra donc utiliser des structures diffractantes encore plus petites (dans l’article cité, des fentes d’un demi  $\mu\text{m}$  de large, espacées d’ $1 \mu\text{m}$ )
    - se pose éventuellement le problème de réaliser la sélection de vitesses (dans l’expérience, on sélectionne une classe de vitesses en interposant des fentes de sélection le long de la parabole de chute libre des molécules correspondant à une certaine vitesse)

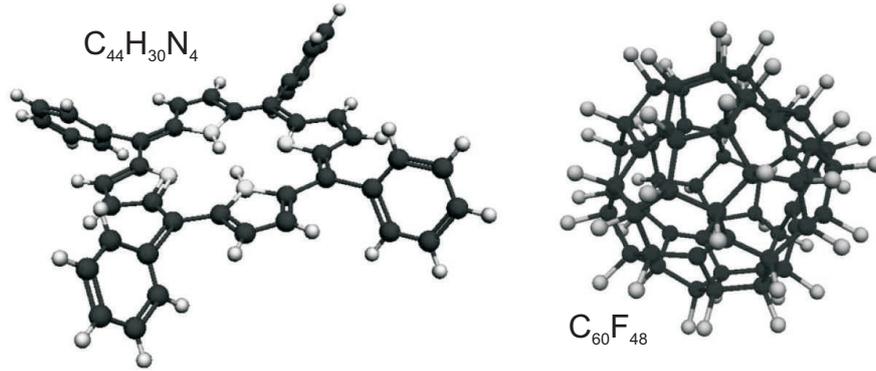


FIGURE 4 – Molécules complexes utilisées dans des expériences d'interférométrie : tetraphenylporphyrine (TPP)  $C_{44}H_{30}N_4$  et fluorofullérène  $C_{60}F_{48}$ .

- les molécules étant beaucoup plus grosses, elles seront beaucoup plus sensibles à l'effet des collisions dans le vide résiduel de l'interféromètre (on peut en effet considérer une collision comme un processus de mesure qui peut permettre de distinguer les deux chemins)

### Bibliographie complémentaire :

Effet des collisions sur le contraste

K. Hornberger *et al.*, Phys. Rev. Lett. **90**, 160401 (2003).

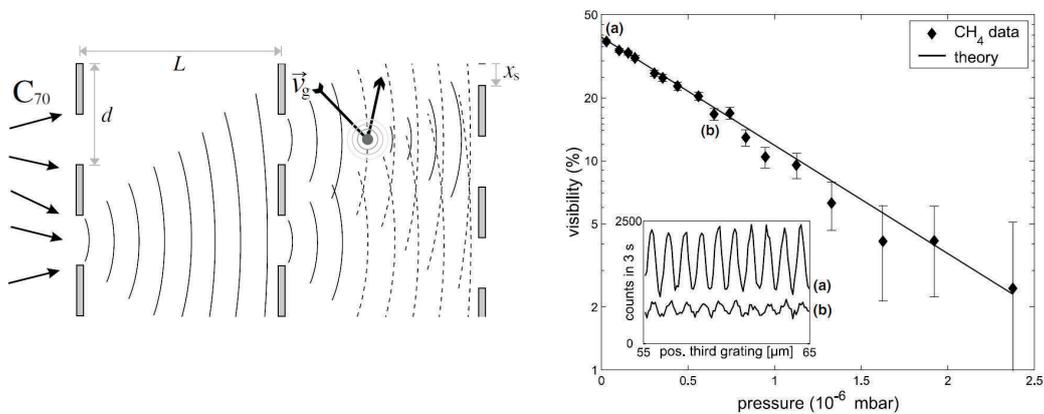


FIGURE 5 – Effet des collisions sur le contraste des interférences. Gauche : Schéma de l'interféromètre utilisé (en champ proche, différent de celui discuté dans le TD) avec des molécules de fullérènes  $C_{70}$ . Le troisième réseau sert de détecteur. Les collisions avec les molécules de gaz localisent la fonction d'onde des molécules et réduisent la visibilité des interférences observées. Droite : Résultats expérimentaux. La ligne pleine correspond à la prévision théorique. L'insert présente deux exemples de figures observées à  $0,05$  et  $0,6 \times 10^{-6}$  mbar.



## Visualisation de la fonction d'onde

On s'intéresse dans tout le problème à un oscillateur harmonique 1D, avec un hamiltonien  $H_0$  :

$$H_0 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 Z^2 + \frac{1}{2m}P^2. \quad (3)$$

$Z$  et  $P$  sont les opérateurs de position et d'impulsion,  $m$  la masse de l'oscillateur et  $\omega_0$  sa pulsation de résonance.

### Présentation du piège harmonique

On admet qu'un faisceau laser convenablement désaccordé par rapport à une transition atomique crée pour le mouvement externe des atomes une énergie potentielle proportionnelle à l'intensité locale du faisceau. Dans cette partie, le potentiel est réalisé en croisant deux faisceaux laser ( $\lambda = 1 \mu\text{m}$ ) qui font chacun un angle de  $53^\circ$  avec le plan horizontal. La figure présente la géométrie de l'expérience et le potentiel effectif pour les atomes de césium utilisés.

Dans toute la suite, on ne s'intéressera au mouvement des atomes que selon l'axe vertical ( $Oz$ ).

1. Pourquoi le potentiel est-il modulé? Quelle est sa période spatiale  $a$ ?
2. Quelle est l'origine de l'enveloppe observée pour le potentiel? De la (faible) composante affine?

On néglige dans la suite ces effets pour prendre une énergie potentielle de la forme :

$$U = \frac{U_0}{2} \left[ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{z}{a} \right) \right], \quad (4)$$

avec  $U_0$  de l'ordre de  $2,8 \times 10^{-27}$  J.

3. Dans quelle mesure peut-on assimiler les puits à des puits harmoniques?
4. Calculer alors la pulsation  $\omega_z$  des puits harmoniques, la masse des atomes de césium étant de 133 ua ( $1 \text{ ua} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ).

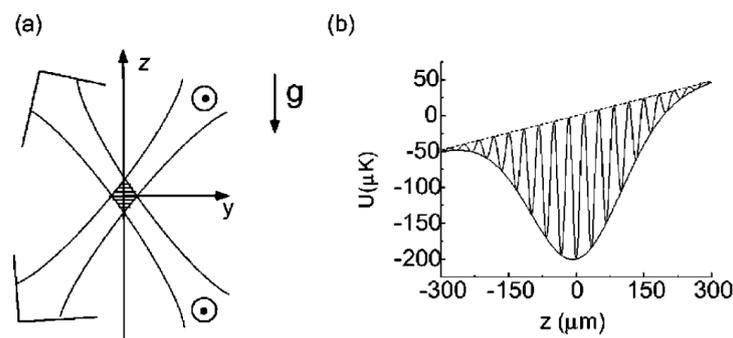


FIGURE 7 – Géométrie de l'expérience (a) et potentiel vu par les atomes de césium (b). Pour des raisons de clarté, les oscillations représentées ne sont pas à l'échelle (de l'ordre du micron). Figure tirée de [1].

- Calculer également la dispersion en position  $\Delta z_0$  et en impulsion  $\Delta p_0$  de l'état fondamental  $|n=0\rangle$ . Vérifier que pour les états faiblement excités ( $n \leq 10$ ), les puits peuvent être considérés comme harmoniques.
- A quelle température les atomes doivent-ils être pour peupler uniquement l'état fondamental?

Pour les expériences décrites dans la suite, on charge l'ensemble des puits avec des atomes issus d'un piège magnéto-optique. Le nuage d'atomes a initialement une taille d'environ  $56 \mu\text{m}$  et une température de  $13 \mu\text{K}$ . On le refroidit encore de façon à placer les atomes majoritairement dans l'état  $|n=0\rangle$  du puits où ils sont piégés. On supposera par la suite que tous les atomes sont initialement dans cet état. A partir de l'état  $|0\rangle$ , on peut éventuellement les préparer dans d'autres états  $|n\rangle$ , et même dans des combinaisons linéaires d'états  $|n\rangle$ .

## Visualisation de la fonction d'onde en impulsion

On se propose ici de mesurer directement la **distribution en impulsion** d'un état  $|n\rangle$  grâce à un système d'imagerie par absorption, qui permet d'obtenir la **distribution de position** de l'ensemble des atomes.

- Pourquoi n'est-il pas intéressant d'imager directement la distribution en position des atomes, en présence du potentiel harmonique?

### Technique du temps de vol :

On utilise une technique de temps de vol. A  $t=0$ , on coupe le piège brusquement. On admettra que cela ne modifie pas l'état quantique des atomes, qui sont toujours, immédiatement après la coupure des faisceaux, dans l'état  $|n\rangle$ . Au bout d'un temps  $\tau$ , on utilise une technique d'imagerie, qui donne accès à la distribution de position des atomes au temps  $\tau$ .

- Quel est l'hamiltonien qui régit le mouvement des atomes après la coupure du piège?

Soit  $|\psi_0\rangle$  l'état de la particule à  $t=0$ . On note  $\psi_0(x) = \langle x|\psi_0\rangle$  et  $\hat{\psi}_0(p) = \langle p|\psi_0\rangle$ .

- Donner l'expression de  $\hat{\psi}(p, t)$ .
- En déduire que l'on a :

$$\psi(x, t) = \sqrt{\frac{m}{2i\pi\hbar t}} \int dx' e^{im(x-x')^2/2\hbar t} \psi_0(x'). \quad (5)$$

Quel est l'analogie optique de cette relation?

*N.B.* : on rappelle que pour  $\alpha$  complexe (de partie réelle négative), on a :

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}.$$

- On suppose que la taille initiale du paquet d'ondes est petite devant sa taille finale à l'instant  $t$ . Donner dans ce cas l'expression approchée de  $\psi(x, t)$ .
- Expliquer comment on peut alors remonter à la distribution des impulsions dans l'état  $|n\rangle$  initial. Quelle contrainte  $\tau$  doit-il vérifier pour interpréter simplement les résultats? Faire une application numérique.

## Mesure des états propres

On prépare les atomes dans l'état fondamental  $|0\rangle$  de leur puits. On réalise un temps de vol avec  $\tau_{\text{vol}} = 6$  ms. La figure présente l'image 2D obtenue sur la caméra CCD (courbe a) et le résultat d'une intégration de cette image selon la direction  $x$  (courbe c).

13. Utiliser le résultat expérimental de la figure pour évaluer la largeur en impulsion de l'état fondamental et comparer le résultat obtenu à sa valeur théorique.
14. Que faut-il prendre en compte pour améliorer encore l'accord entre la valeur expérimentale et celle attendue ?

On prépare maintenant les atomes dans l'état  $|n = 1\rangle$ . Le temps de vol est réalisé maintenant avec  $\tau_{\text{vol}} = 10$  ms. Les courbes (b) et (d) de la figure présentent là-encore le résultat observé sur la caméra CCD et son intégration selon  $x$ .

15. Expliquer la structure observée.

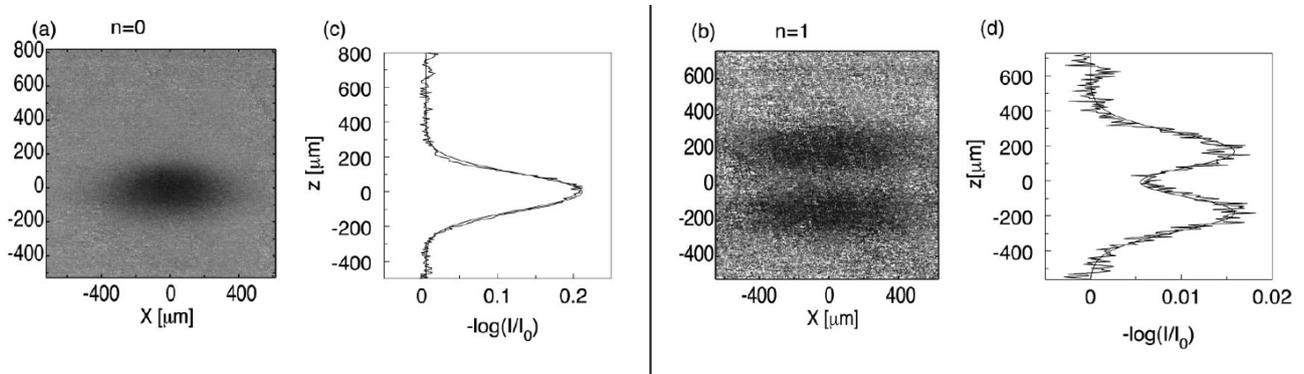


FIGURE 8 – Distribution de densité des états  $|0\rangle$  et  $|1\rangle$  après temps de vol. Figure tirée de [1].

## Corrigé

### Présentation du piège harmonique

1. Les deux faisceaux étant polarisés linéairement et parallèlement (voir la figure 1 de l'énoncé), ils peuvent interférer. L'intensité qui résulte de cette interférence à deux ondes est de la forme :

$$I = I_0 [1 + \cos((\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r})] \quad (6)$$

$$= I_0 [1 + \cos(2k \sin \alpha z)]. \quad (7)$$

L'intensité et l'énergie potentielle sont donc modulées sinusoidalement avec une période spatiale  $a$  telle que  $2\pi/a = 2k \sin \alpha \Leftrightarrow a = \lambda/2 \sin \alpha = 626$  nm.

2. Corrections simples au modèle :
  - L'enveloppe est due à la taille finie du faisceau laser : l'intensité décroît au fur et à mesure qu'on s'écarte de l'axe du faisceau laser, avec une taille typique de l'ordre de 100 microns.

- La composante affine est due... à l'énergie potentielle de pesanteur  $mg$  : on trouve une variation de l'énergie de  $100 \mu\text{K}$  sur  $600 \mu\text{m}$ , soit une pente de  $1,38 \times 10^{-23} \times 10^{-4} / 6 \times 10^{-4} \simeq 0,25 \times 10^{-23} \text{ N}$ , ce qui correspond bien à une masse de  $0,25 \times 10^{-23} / (9,81 \times 1,66 \times 10^{-27}) \simeq 140 \text{ ua}$ .
- 3. Pour assimiler les puits à des puits harmoniques, il faut que sur l'étendue de la fonction d'onde, les corrections anharmoniques au potentiel soient également négligeables. Il faut donc commencer par évaluer la taille caractéristique  $\Delta z_0$  de la fonction d'onde.
- 4. Si on fait un développement limité de  $U$  autour d'un de ses minima  $z_k = (k + 1/2) a$  (avec  $k$  entier relatif), on trouve :

$$U_2 \simeq \frac{\pi^2 U_0}{a^2} (z - z_k)^2. \quad (8)$$

En identifiant avec l'énergie potentielle d'un oscillateur harmonique de masse  $m$  et de pulsation  $\omega_z$ ,

$$U_{\text{harm}} = \frac{1}{2} m \omega_z^2 (z - z_k)^2, \quad (9)$$

on obtient une pulsation :

$$\omega_z = 2\pi \sqrt{\frac{U_0}{2ma^2}} \simeq 2\pi \times 127 \text{ kHz}. \quad (10)$$

- 5. L'échelle d'énergie de l'oscillateur  $\hbar\omega_z$  est alors de l'ordre de  $10^{-28} \text{ J}$ , soit  $6 \mu\text{K}$ . Dans l'état  $|n\rangle$ , la dispersion sur la position vaut  $\Delta z_n = 2\Delta z_0 \sqrt{n + \frac{1}{2}}$ . On peut vérifier *classiquement* (ce qui sera justifié plus loin dans le cours) que le terme suivant du développement du potentiel est négligeable, les termes  $U_2$  et  $U_4$  du développement limité étant dans un rapport :

$$\frac{U_4}{U_2} \simeq n \left( \frac{\Delta z_0}{a} \right)^2 \quad (11)$$

$$\frac{U_4}{U_2} \ll 1 \text{ pour } n \leq 10. \quad (12)$$

L'application numérique donne :

$$\Delta z_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_z}} = 18 \text{ nm}. \quad (13)$$

On obtient immédiatement la dispersion en impulsion en écrivant que le fondamental de l'oscillateur harmonique est un état minimal vis-à-vis de l'inégalité de Heisenberg :

$$\Delta p_0 = \frac{\hbar}{2\Delta z_0} = 2,9 \times 10^{-27} \text{ kg.m.s}^{-1}, \quad (14)$$

soit une dispersion macroscopique (!) sur la vitesse :

$$\Delta v_0 = \frac{\Delta p_0}{m} = 13,4 \text{ mm.s}^{-1}. \quad (15)$$

6. Pour peupler uniquement l'état fondamental, la température doit vérifier :

$$k_B T \ll \hbar \omega_z \Leftrightarrow T \ll T_C \simeq 6 \mu\text{K}. \quad (16)$$

Il est donc nécessaire de refroidir encore les atomes à partir du piège magnéto-optique à  $13 \mu\text{K}$ .

### Remarque :

Les différents puits sont couplés par effet tunnel. Pour estimer la probabilité  $P$  de passage d'un puits à l'autre, on peut représenter le potentiel harmonique par un potentiel en créneau, de période spatiale  $a$  et d'amplitude  $U_0$ .

La probabilité de passage pour la barrière carrée (de largeur  $a/2$ ) vaut alors :

$$P \simeq \frac{16E(U_0 - E)}{U_0^2} e^{-\rho a},$$

avec :

$$\rho = \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}.$$

Même pour  $n = 10$  ( $E \simeq 10^{-27}$  J), on trouve :

$$1/\rho = 3,6 \text{ nm et } P \simeq 10^{-78}.$$

Le couplage entre les différents puits est donc parfaitement négligeable. Les différents puits de potentiel réalisent donc des puits harmoniques indépendants.

On notera que la forme gaussienne des faisceaux (avec l'intensité maximale au centre) entraîne une dispersion des fréquences  $\omega_z$  avec la position du puits. Avec des faisceaux de waist  $120 \mu\text{m}$  et des atomes initialement répartis selon une gaussienne de largeur  $56 \mu\text{m}$ , on trouve une variation relative :

$$\Delta\omega_z/\omega_z \simeq 8 \text{ \%}.$$

## Visualisation de la fonction d'onde en impulsion

7. En présence du (ou plus exactement des) potentiel(s) harmonique(s), la distribution de position des atomes reflète :

- la dispersion *quantique* ( $\simeq 2\sqrt{n + \frac{1}{2}}\Delta z_0$ ) de chaque atome autour du minimum de son puits de potentiel ;
- la dispersion *classique* ( $\simeq 56 \mu\text{m}$ ) due à la dispersion des centres des différents puits occupés, liée à la taille initiale du nuage d'atomes froids.

En pratique, la dispersion classique est nettement prédominante : imager la distribution de position à  $t = 0$  donne donc uniquement accès à la taille du nuage d'atomes froids. De plus, à cause de la limite de diffraction, il est impossible d'accéder directement à la forme de la fonction d'onde.

8. Après la coupure du piège, les atomes sont libres et l'hamiltonien se résume donc au terme d'énergie cinétique.

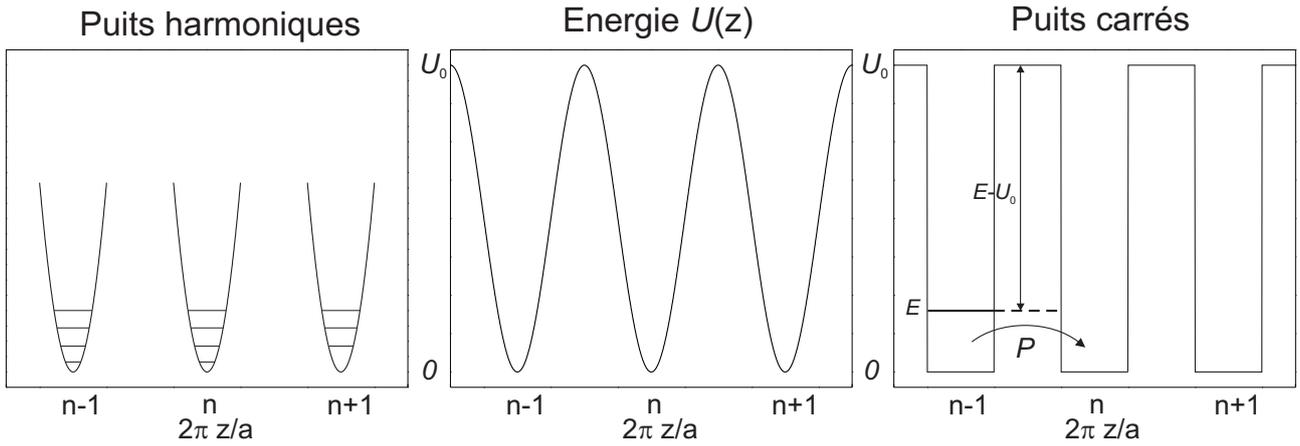


FIGURE 9 – Potentiel  $U_0(z)$  (centre) et formes approchées pour le traiter. Gauche : puits harmoniques équivalents, utilisés pour calculer les états stationnaires. Droite : puits carrés équivalents, utilisés pour évaluer le couplage entre les puits.

9.  $H$  agit de manière très simple en représentation  $\{|p\rangle\}$  :

$$i\hbar\langle p|\frac{d|\psi(t)\rangle}{dt} = \langle p|H|\psi(t)\rangle = \frac{p^2}{2m}\langle p|\psi(t)\rangle$$

$$i\hbar\frac{d\hat{\psi}(p,t)}{dt} = \frac{p^2}{2m}\hat{\psi}(p,t)$$

L'intégration donne alors  $\hat{\psi}(p,t) = \hat{\psi}_0(p) e^{-\frac{ip^2t}{2m\hbar}}$ . L'impulsion étant une constante du mouvement, on retrouve sans surprise que (la norme du carré de) sa distribution est conservée :  $|\hat{\psi}(p,t)|^2 = |\hat{\psi}_0(p)|^2$ .

La variance  $\Delta p^2$  reste alors inchangée dans l'espace des impulsions, i.e.  $\Delta p^2 = \Delta p_0^2$ .

10. Connaissant  $\hat{\psi}(p,t)$ , une transformation de Fourier permet de repasser dans l'espace des positions pour obtenir  $\psi(x,t)$  :

$$\begin{aligned} \psi(x,t) &= \int \frac{dp}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{\frac{ipx}{\hbar}} \hat{\psi}(p,t) \\ &= \int \frac{dp}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{\frac{ipx}{\hbar}} e^{-\frac{ip^2t}{2m\hbar}} \hat{\psi}_0(p) \\ &= \int \frac{dp}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{\frac{ipx}{\hbar}} e^{-\frac{ip^2t}{2m\hbar}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int dx' e^{\frac{-ipx'}{\hbar}} \psi_0(x') \\ &= \int dx' \frac{1}{2\pi\hbar} \underbrace{\int dp e^{\frac{ip(x-x')}{\hbar}} e^{-\frac{ip^2t}{2m\hbar}}}_{\mathcal{G}(x,x',t)} \psi_0(x') \end{aligned}$$

On peut ensuite calculer  $\mathcal{G}(x,x',t)$ , en utilisant la formule de l'énoncé sur les intégrales

gaussiennes :

$$\begin{aligned}
\mathcal{G}(x, x', t) &= \frac{1}{2\pi\hbar} \int dp e^{\frac{ip(x-x')}{\hbar}} e^{-\frac{ip^2 t}{2m\hbar}} \\
&= \frac{1}{2\pi\hbar} \int dp \exp\left(-\frac{it}{2m\hbar}\left(p^2 - \frac{2mp(x-x')}{t}\right)\right) \\
&= \frac{1}{2\pi\hbar} \int dp \exp\left(-\frac{it}{2m\hbar}\left(\left(p - \frac{m(x-x')}{t}\right)^2 - \frac{m^2(x-x')^2}{t^2}\right)\right) \\
&= \sqrt{\frac{m}{2i\pi\hbar t}} e^{im(x-x')^2/2\hbar t}.
\end{aligned}$$

Cette relation est analogue à la relation de Huyghens-Fresnel en optique : elle indique comment se propage un champ (ici la fonction d'onde, le champ électromagnétique en optique) à partir d'une situation connue (ici le champ à  $t = 0$ , le champ au niveau de l'objet diffractant en optique). Le noyau  $\mathcal{G}$  est baptisé fonction de Green, ou encore propagateur de Feynman, du hamiltonien.  $\mathcal{G}$  peut en fait être vu comme l'opérateur d'évolution dans la représentation position :

$$\psi(x, t) = \langle x|U(t)|\psi_0\rangle = \int dx' \underbrace{\langle x|U(t)|x'\rangle}_{\mathcal{G}(x, x', t)} \psi_0(x')$$

On peut de même identifier l'opérateur d'évolution en représentation impulsion, et remarquer qu'il est diagonal dans la base des  $|p\rangle$  pour une évolution libre :

$$\widehat{\psi}(p, t) = \langle p|U(t)|\psi_0\rangle = \int dp' \underbrace{\langle p|U(t)|p'\rangle}_{\mathcal{G}(p, p', t)} \tilde{\psi}_0(p')$$

$$\mathcal{G}(p, p', t) = e^{-\frac{ip^2 t}{2m\hbar}} \delta(p - p').$$

11. Dans la relation intégrale entre  $\psi(x)$  et  $\psi_0(x')$ ,  $x$  varie sur une échelle de l'ordre de  $\Delta x$ ,  $x'$  sur  $\Delta x_0$  avec  $\Delta x^2 = \Delta x_0^2 + \Delta p^2 \frac{t^2}{m^2}$  (cf. le TD 2). Aux temps longs,  $\Delta x \gg \Delta x_0$ , on va donc négliger le terme en  $x'^2$  dans le propagateur. On a alors :

$$\begin{aligned}
\psi(x, t) &= \int dx' \sqrt{\frac{m}{2i\pi\hbar t}} e^{\frac{im(x-x')^2}{2\hbar t}} \psi_0(x') \\
&\simeq e^{\frac{imx^2}{2\hbar t}} \sqrt{\frac{m}{2i\pi\hbar t}} \int dx' e^{\frac{2imxx'}{2\hbar t}} \psi_0(x') \\
&= \sqrt{\frac{m}{it}} e^{\frac{imx^2}{2\hbar t}} \widehat{\psi}_0\left(\frac{mx}{t}\right)
\end{aligned}$$

Le calcul effectué correspond à celui de l'approximation de Fraunhofer en optique. La densité dans l'espace réel est proportionnelle à la densité initiale dans l'espace des  $p$ . Le facteur de phase correspond à la propagation libre habituelle : on sait qu'une onde plane se déphase de  $\frac{Et}{\hbar}$ . Or, pour aller de l'origine au point  $x$  en un temps  $t$ , la particule doit avoir une vitesse  $v = \frac{x}{t}$ , soit une énergie  $E = \frac{mv^2}{2} = \frac{mx^2}{2t^2}$ .

12. La distribution en position aux temps longs est donc proportionnelle à la distribution en impulsion initiale. La mesure de la densité du nuage atomique permet donc a priori de remonter à celle-ci.

On a déjà vu qu'après un temps  $\tau$ , la dispersion en position  $\Delta z(\tau)$  des atomes (celle qui est mesurée par le système d'imagerie) vérifie :

$$\Delta z(\tau)^2 = \Delta z(0)^2 + \left( \frac{\Delta p_0}{m} \right)^2 \tau^2,$$

soit ici :

$$\Delta z(\tau)^2 = \Delta z_0^2 (1 + \omega_z^2 \tau^2).$$

Si les atomes sont initialement préparés dans un état  $|n\rangle$  autre que le fondamental, on peut qualitativement prédire que la distribution de position au temps  $\tau$  présentera des maxima reliés aux maxima de la distribution en impulsion au temps  $\tau = 0$ , soit la distribution de l'état  $|n\rangle$ .

Dans la limite où  $\omega_z \tau \gg 1$ , la mesure de  $\Delta z(\tau)$  permet ainsi de remonter directement à la dispersion  $\Delta p_0$ .

On a également à tenir compte du moyennage lié à la distribution initiale des atomes dans les différents pièges. Si on note  $\Delta_{\text{nuage}}$  la taille du nuage d'atomes froids initial, on a intérêt à avoir :

$$\begin{aligned} \Delta z_0^2 (1 + \omega_z^2 \tau^2) &\gg \Delta_{\text{nuage}}^2 \\ \Leftrightarrow \omega_z \tau &\gg \Delta_{\text{nuage}} / \Delta z_0 \end{aligned}$$

pour pouvoir interpréter simplement les résultats.

Numériquement, on trouve  $\tau \gg 4$  ms pour l'état fondamental, et une condition moins restrictive pour les états excités, dont les dispersions quantiques croissent comme  $\sqrt{n}$ .

13. La gaussienne ajustée au résultat expérimental a une largeur d'environ  $300 \mu\text{m}$  à  $1/e$ . La distribution de position au temps  $\tau$  étant de la forme  $\exp\{-\frac{z^2}{2\Delta z(\tau)^2}\}$ , cela nous donne :

$$2\sqrt{2}\Delta z(\tau) \simeq 300 \mu\text{m}.$$

La condition  $\omega_z \tau \gg 1$  est ici largement remplie : la largeur initiale en position d'origine quantique est donc négligeable. Par contre,  $\tau$  est à peine plus grand que la borne inférieure de 4 ms trouvée précédemment : il faut donc tenir compte de la largeur initiale du nuage d'atomes froids.

Malgré ces réserves, on peut faire une première estimation de  $\Delta v_0$  :

$$\Delta v_0 = \Delta z(\tau) / \tau_{\text{vol}} = \frac{300 \times 10^{-6}}{2\sqrt{2} \times 6 \times 10^{-3}} \simeq 18 \text{ mm.s}^{-1},$$

à comparer aux  $13 \text{ mm.s}^{-1}$  attendus (voir l'éq. 15) : la largeur initiale du nuage augmente sensiblement le résultat.

14. Si on note  $f_1(z - z_k)$  la distribution (normée) en position au temps  $\tau$  liée à la dispersion du paquet d'ondes (et centrée sur la position  $z_k$  du  $k^{\text{ième}}$  puits) et  $f_2(z_k)$  la distribution (normée) initiale des atomes sur les différents puits, la distribution de position observée  $f$  s'écrit :

$$f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(z - z_k) f_2(z_k) dz_k.$$

Cette relation s'interprète simplement en disant que  $f(z)$  correspond à la somme des contributions des différents puits ( $\int_{-\infty}^{\infty} dz_k \dots$ ), égales au produit du poids du puits ( $f_2(z_k)$ ) par sa contribution propre ( $f_1(z - z_k)$ ) à une distance ( $z - z_k$ ) de son centre.

Si  $f_1$  et  $f_2$  sont deux gaussiennes de largeurs respectives  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$ , leur *produit de convolution* est une gaussienne de largeur  $\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}$ .

En effet, si

$$f(z) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -(z - z_k)^2 / 2\Delta_1^2 \right\} \exp \left\{ -z_k^2 / 2\Delta_2^2 \right\} dz_k,$$

le terme dans l'exponentielle se met sous la forme :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left( (z - z_k)^2 / \Delta_1^2 + z_k^2 / \Delta_2^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} z_k^2 \left( 1/\Delta_1^2 + 1/\Delta_2^2 \right) - 2zz_k / \Delta_1^2 + z^2 / \Delta_1^2 \\ &= \frac{1}{2} \left( 1/\Delta_1^2 + 1/\Delta_2^2 \right) \left( z_k^2 - \frac{2zz_k}{1 + (\Delta_1/\Delta_2)^2} + \frac{z^2}{1 + (\Delta_1/\Delta_2)^2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( 1/\Delta_1^2 + 1/\Delta_2^2 \right) \left( \left( z_k - \frac{z}{1 + (\Delta_1/\Delta_2)^2} \right)^2 - \frac{z^2}{(1 + (\Delta_1/\Delta_2)^2)^2} + \frac{z^2}{1 + (\Delta_1/\Delta_2)^2} \right). \end{aligned}$$

L'intégration sur  $z_k$  fait disparaître la dépendance en  $z$  du premier terme (par changement de variable). Il ne reste qu'une gaussienne avec un terme en facteur de  $-z^2$  dans l'exponentielle :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\Delta^2} &= \frac{1}{2} \left( 1/\Delta_1^2 + 1/\Delta_2^2 \right) \left( \frac{1}{(1 + (\Delta_1/\Delta_2)^2)^2} - \frac{1}{1 + (\Delta_1/\Delta_2)^2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( 1/\Delta_1^2 + 1/\Delta_2^2 \right) \left( \frac{1 - (1 + (\Delta_1/\Delta_2)^2)}{(1 + (\Delta_1/\Delta_2)^2)^2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}. \end{aligned}$$

*On peut également retrouver plus rapidement ce résultat en remarquant que la transformée de Fourier d'un produit de convolution est le produit des transformées de Fourier, et que le produit de deux gaussiennes est une gaussienne...*

En tenant compte de la distribution initiale de  $56 \mu\text{m}$  de large, on déduit une dispersion des vitesses  $\Delta v$  :

$$\Delta v = \frac{1}{\tau} \sqrt{\Delta z(\tau)^2 - \Delta_{\text{nuage}}^2} \simeq 15 \text{ mm.s}^{-1},$$

en meilleur (et même bon!) accord avec la valeur théorique.

15. On attend une distribution de position au temps  $\tau$  qui reflète la distribution d'impulsion de l'état  $|n = 1\rangle$ . La distribution observée présente bien la structure symétrique avec un double pic attendue, la distribution ne s'annulant pas en  $z = 0$  à cause de la largeur initiale du nuage. La distribution de vitesses est de la forme :

$$P(v) \propto v^2 e^{-v^2/2\Delta v_0^2},$$

et elle est maximale pour  $v_{\pm} = \pm\sqrt{2}\Delta v_0$ . Expérimentalement, on trouve des maxima à une distance d'environ  $200 \mu\text{m}$ , ce qui pour un temps de vol de  $10 \text{ ms}$  conduit à :

$$v_{\pm} = \pm 20 \text{ mm.s}^{-1},$$

en bon accord avec la valeur attendue (de l'ordre de  $19 \text{ mm.s}^{-1}$ ).

# Le monde quantique à notre échelle

On révèle le comportement quantique d'objets massifs en contrôlant leurs mouvements à l'aide de lumière laser.



PAR Samuel Deléglise, chargé de recherche au CNRS dans le groupe de mesure et bruits fondamentaux du laboratoire Kastler-Brossel, à Paris.

C'est un monde apparemment très éloigné du nôtre. Un monde où les objets se comportent étrangement. Par exemple, ils ne possèdent pas une position et une vitesse parfaitement déterminées, et peuvent se trouver dans deux endroits en même temps.

Ce monde, pourtant, c'est le nôtre. À condition de le regarder à l'échelle microscopique, là où règnent les lois de la mécanique quantique. Ces lois, bien établies, posent néanmoins un problème : lorsqu'on les extrapole à l'échelle macroscopique, elles ne

semblent plus s'appliquer. Est-ce parce que les objets macroscopiques n'y sont pas soumis, ou parce qu'elles deviennent imperceptibles ?

La première difficulté pour répondre à cette question vient de l'ampleur des fluctuations quantiques. Grandes à l'échelle des atomes, elles deviennent très petites pour les objets ordinaires et sont donc difficiles à mesurer. Le second écueil est la température, qui correspond à des mouvements incessants des particules. Cette agitation, importante relativement, masquerait d'éventuelles propriétés quantiques.

**Lumière et matière.** Pour savoir si les lois de la physique quantique s'exercent réellement aux échelles macroscopiques, des physiciens ont entrepris de relever un défi qui, il y a encore dix ans, passait pour insurmontable : placer des objets massifs dans des conditions où l'on parviendrait à démasquer leurs

propriétés quantiques. Cette démarche commence à porter ses fruits, grâce à l'utilisation d'objets appelés « systèmes optomécaniques ». En utilisant la force qu'exerce la lumière sur la matière, on peut en effet refroidir ces systèmes jusqu'à des températures si basses que l'agitation thermique devient plus faible que leurs éventuelles fluctuations quantiques. À terme, ces expériences pourraient ouvrir la voie à une nouvelle physique, une physique expliquant – enfin ! – pourquoi notre monde classique est si différent de celui décrit par la mécanique quantique.

L'idée de se servir de lumière pour révéler le comportement quantique d'objets massifs est venue d'un problème très concret : le besoin de mesurer des distances avec une très grande précision. Il s'est posé, depuis les années 1970, aux utilisateurs des interféromètres de détection d'ondes gravitationnelles (lire « Les nouveaux détecteurs d'ondes gravitationnelles », p. 56). Dans ces instruments, on envoie un rayon laser dans un tube sous vide de plusieurs kilomètres de long. À l'extrémité, il se réfléchit sur un miroir suspendu (donc mobile). En principe, le temps nécessaire à cet aller et retour est toujours le même. Sauf lorsque passe une onde gravitationnelle : comme celle-ci déforme l'espace-temps, elle modifie très légèrement la distance que le laser doit parcourir. C'est cette modification que les interféromètres doivent détecter.

Mais le système n'est pas parfait. En effet, la force qu'exerce la lumière laser sur le miroir mobile agite légèrement ce dernier. Cette force, que l'on peut comprendre aussi comme résultant des impacts des photons réfléchis par

le miroir, est appelée force de pression de radiation. Elle est minime : il faudrait près de 15 kilowatts de lumière, soit l'énergie nécessaire à l'alimentation d'une motrice TGV, pour soulever cette feuille de papier. Elle n'en constitue pas moins une limitation fondamentale à la précision des mesures, comme l'a montré à la fin des années 1970 Carlton Caves, alors jeune physicien à Caltech.

**Force amplifiée.** À cette époque, Vladimir Braginsky, à l'université d'État de Moscou, s'est intéressé aux effets de cette force dans de tels dispositifs, et a entrepris de l'étudier expérimentalement. Comment ? En l'amplifiant à l'aide d'un miroir fixe en face du miroir mobile, l'espace entre les deux miroirs formant alors ce qu'on appelle une cavité optique. Pour certaines fréquences du champ lumineux, la cavité présente un comportement dit « résonnant » : la lumière s'accumule entre les deux miroirs, ce qui augmente à la fois la force de pression de radiation et la sensibilité de la mesure de position. Dans un tel système, la dynamique du miroir mobile et celle du faisceau lumineux sont intimement liées, car la lumière modifie le mouvement du miroir tandis qu'en retour le miroir affecte la lumière en changeant la

## > LA QUESTION

Lorsqu'on les extrapole à l'échelle macroscopique, les lois de la mécanique quantique ne semblent plus s'appliquer.

## > L'EXPÉRIENCE

En utilisant la force qu'exerce la lumière sur la matière, on amène des microrésonateurs dans leur état quantique fondamental.

## > L'ÉCHÉANCE

Des expériences visant à tester si les lois de la mécanique quantique restent inchangées à l'échelle macroscopique sont en préparation.

fréquence de résonance optique. Aussi les propriétés mécaniques du miroir mobile – sa fréquence d'oscillation et son amortissement – peuvent-elles être modifiées par la lumière laser.

En adjoignant un deuxième miroir pour former une cavité optique, Braginsky a inventé ce que l'on appelle aujourd'hui l'optomécanique en cavité, suscitant un changement de paradigme : les scientifiques ont alors compris que la lumière pouvait être utilisée non seulement pour mesurer le mouvement mécanique d'objets macroscopiques, mais également pour le contrôler en amortissant les mouvements aléatoires du miroir.

Depuis ces expériences pionnières, les effets de la force de pression de >>>



© LIGO LABORATORY, CALIFORNIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Aussi massifs soient-ils, les miroirs des antennes gravitationnelles (ci-contre, un miroir de l'interféromètre LIGO) sont sensibles à la pression exercée par la lumière.

Fig.1 Cavité optomécanique



CE SYSTÈME, appelé « cavité optomécanique », comprend deux miroirs, l'un fixe et l'autre mobile. Pour certaines fréquences du rayonnement laser, la lumière s'accumule entre ces deux miroirs. Cette amplification permet d'étudier les effets de la force de pression qu'exerce la lumière sur le miroir mobile : on peut mesurer le mouvement de ce miroir avec une grande précision, et le contrôler grâce aux variations d'intensité de la force lumineuse.

© INFOGRAPHIE : PHILIPPE MOUCHE

## Le monde quantique à notre échelle

►►► radiation ont été étudiés dans un nombre croissant de montages optomécaniques, mettant en jeu des masses mobiles allant de plusieurs kilogrammes pour les miroirs utilisés dans les interféromètres gravitationnels à quelques microgrammes seulement. En 1999, l'équipe d'Antoine Heidmann, au laboratoire Kastler-Brossel à Paris, a pour la première fois observé l'infinie agitation brownienne d'un miroir de taille centimétrique, due à son bruit thermique [1]. Une telle mesure permet de détecter des mouvements aussi infimes que  $10^{-19}$  mètre, soit un 100 000<sup>e</sup> du rayon d'un noyau atomique.

Puis, dans les années 2000, l'utilisation des systèmes optomécaniques a connu un tournant décisif. Les physiciens se sont alors inspirés d'objets issus des microtechnologies, les MEMS (systèmes microélectromécaniques), pour concevoir des micro-oscillateurs très légers capables d'osciller à des fréquences élevées, avec une très faible dissipation d'énergie. Ils se sont alors fixé pour objectif d'utiliser un faisceau laser pour les refroidir à tel point que leur agitation thermique devienne négligeable

devant leurs fluctuations quantiques. L'optomécanique quantique était née.

Ce programme expérimental s'inspirait fortement des expériences de refroidissement d'atomes ou de molécules menées depuis 20 ans, et qui ont fourni les preuves les plus directes, à ce jour, du comportement quantique de ces objets. Mais d'une molécule à un micromiroir, le saut à franchir était énorme !

**Course au refroidissement.** Dès 2006, un premier succès est venu récompenser ces efforts : trois équipes dans le monde, dont celle du laboratoire Kastler-Brossel, ont démontré qu'on pouvait effectivement contrôler les vibrations de ces micro-oscillateurs par laser en y intégrant un micromiroir [2]. Certes, nous étions encore loin d'avoir atteint le régime quantique. Mais ces résultats étaient suffisamment prometteurs pour déclencher la « course au refroidissement » permettant d'y parvenir.

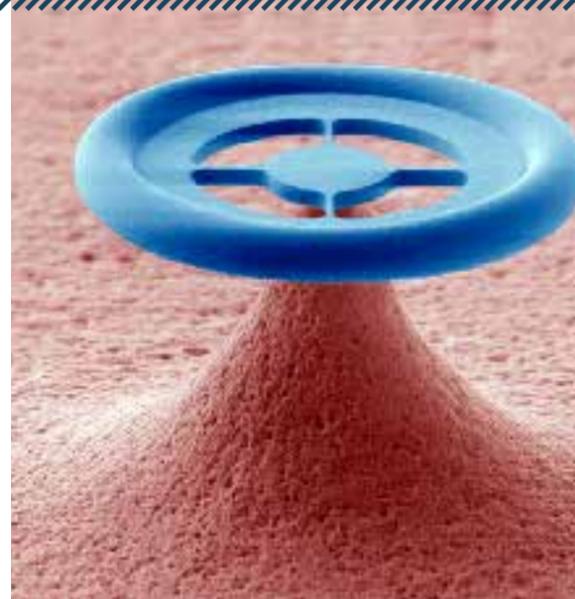
Pour que le comportement quantique d'un tel oscillateur devienne apparent, il faut abaisser l'énergie de ses fluctuations thermiques sous un certain seuil. Ce seuil est quantifiable : il s'agit de la quantité minimale d'énergie, appelée quantum d'oscillation, ou « phonon », que l'oscillateur peut échanger avec le monde extérieur. Il se trouve que ce seuil dépend uniquement de la fréquence de l'oscillateur. Il est d'autant plus élevé que la fréquence augmente.

En pratique, cela signifie que plus la fréquence de l'oscillateur est élevée, moins on a besoin de le refroidir.

C'est en s'appuyant sur cette idée qu'en 2010 une équipe de l'université de Santa Barbara, en Californie, a atteint le régime quantique en amenant un microrésonateur piézoélectrique de fréquence très élevée (6 gigahertz) à une température de 25 millikelvins. Une température certes très froide, mais accessible par des moyens cryogéniques standards – en l'occurrence, le résonateur était placé dans un cryostat [3]. Dans un tel système, qui n'est pas optomécanique, le résonateur est couplé, grâce à l'effet piézoélectrique, à un circuit électrique spécial appelé « qubit supraconducteur ». Or, les chercheurs ont observé l'échange d'un quantum unique d'énergie entre les deux systèmes : la preuve indubitable que le résonateur se comportait de façon quantique.

Ce très beau résultat n'efface toutefois pas les limites du système utilisé. En effet, le type de refroidissement mis en œuvre, entièrement passif, n'est envisageable que pour des résonateurs de fréquence extrêmement élevée. De plus, le couplage entre le résonateur et le qubit supraconducteur n'est possible que si la fréquence de résonance du qubit supraconducteur est parfaitement accordée avec celle de l'oscillateur. Or, il est très délicat d'obtenir deux systèmes dont les fréquences de résonance s'accordent parfaitement. Ces deux contraintes limitent donc considérablement le champ d'investigation expérimental.

Avec les systèmes optomécaniques, en revanche, on peut travailler avec une plus grande diversité de systèmes mécaniques. Pourquoi ? Parce que la lumière n'a pas besoin d'être résonnante avec l'oscillateur auquel on la couple. Au contraire, on tire parti du fait qu'elle a une fréquence prodigieusement plus élevée que celui-ci. Cette fréquence élevée en fait un système naturellement quantique : même à température ambiante, les fluctuations thermiques du champ lumineux sont négligeables devant ses fluctuations quantiques, dont l'énergie caractéristique est donnée par le quantum de lumière, le photon. En couplant le



Cette structure en forme de tore est un système optomécanique en verre de 30 micromètres de diamètre, mis au point à l'École polytechnique fédérale de Lausanne. Le laser circule dans le tore, affectant les vibrations radiales de la paroi du tore. En 2012, les expérimentateurs ont obtenu que la lumière et le résonateur établissent un couplage au niveau quantique. © EPFL 2012

système mécanique à la lumière, on peut alors convertir un à un les phonons thermiques en photons. Et l'on peut même en débarrasser complètement l'oscillateur, si ce processus est plus rapide que l'apport de phonons thermiques depuis le monde extérieur.

**Couplage quantique.** L'utilisation de la lumière est donc censée permettre deux choses. D'une part, refroidir le système pour le rapprocher de son état quantique fondamental (lire « L'état quantique fondamental », ci-dessous). D'autre part, transférer au résonateur mécanique la nature intrinsèquement quantique de la lumière.

Très récemment, c'est précisément ce à quoi sont parvenues quelques équipes. D'abord, en 2011, deux équipes américaines ont réussi à refroidir leur système optomécanique pour lui faire approcher de très près l'état fondamental en combinant cryogénie conventionnelle et refroidissement optomécanique. Il s'agissait du groupe de Ray Simmonds et Konrad Lehnert, à l'université du Colorado, à l'aide d'un système utilisant

la pression de radiation d'un champ micro-onde [4] ; et du groupe d'Oskar Painter, à Caltech, avec un système utilisant la lumière laser [5].

Puis, début 2012, l'équipe de Tobias Kippenberg, de l'École polytechnique fédérale de Lausanne, en Suisse, a franchi un pas supplémentaire : dans le système optomécanique utilisé, la lumière et le système mécanique ont pour la première fois échangé entre eux des quanta d'énergie plus rapidement qu'ils ne le font avec leurs environnements respectifs [6]. C'est le signe qu'un couplage au niveau quantique est établi entre les deux systèmes.

Il s'agit là d'un résultat important car, à ce stade, il devient possible de contrôler le mouvement quantique de ces objets. Autrement dit, on peut par exemple envisager de former des états quantiques étranges tels que des superpositions où le résonateur se trouve dans plusieurs positions à la fois. Soit précisément le type d'expérience qui nous permettra de tester si les lois de la mécanique quantique s'appliquent toujours telles quelles à l'échelle macroscopique.

## L'état quantique fondamental

Contrairement à l'image que l'on se fait classiquement d'un oscillateur (par exemple le balancier d'une pendule), même à température rigoureusement nulle, un oscillateur mécanique n'est pas parfaitement immobile à sa position d'équilibre. Il possède des fluctuations minimales – ou fluctuations de point zéro. Ces fluctuations sont la conséquence d'un des principes fondamentaux de la mécanique quantique : le principe d'incertitude de Heisenberg. D'après lui, un objet ne possède pas simultanément une position et une vitesse précises. On dit d'un oscillateur dont les fluctuations de position se limitent à ces fluctuations de point zéro qu'il est dans son « état quantique fondamental ».

C'est là notre objectif pour les décennies à venir : traquer d'éventuelles déviations par rapport aux lois de la physique quantique. En particulier, faute d'expériences permettant de tester simultanément gravitation et mécanique quantique, il existe toujours de grandes incertitudes sur le formalisme à adopter pour unifier ces deux théories. Certaines théories prévoient par exemple qu'aux échelles où la gravité commence à jouer un rôle, l'un des principes clés de la physique quantique, l'inégalité de Heisenberg, selon laquelle il est impossible de définir à la fois la position et la vitesse d'un objet de façon parfaitement déterminées, serait modifiée.

Est-ce vrai ou pas ? Pour le savoir, l'équipe de Markus Aspelmeyer, à Vienne, développe d'ores et déjà une méthode recourant à un système optomécanique. D'autres équipes privilégient des approches hybrides. Par exemple, Oriol Romero-Isart, à Garching, en Allemagne, propose d'utiliser la lumière laser pour faire léviter une petite bille de verre. Il s'agira ensuite d'étudier comment, ainsi isolée de son environnement, ses mouvements peuvent présenter un comportement ondulatoire. À l'heure actuelle, il est difficile de prédire laquelle de ces approches a le plus de chances d'être fructueuse, puisqu'on ignore quels sont les paramètres physiques à atteindre pour que les premiers phénomènes de « gravitation quantique » apparaissent. Mais la diversité même de ces expériences est la meilleure façon de mettre au jour les premières preuves de l'existence d'une nouvelle physique, à la croisée de deux théories incontournables, mais toujours inconciliables. ■

[1] P.-F. Cohadon *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 83, 3174, 1999.

[2] O. Arcizet *et al.*, *Nature*, 444, 71, 2006 ; S. Gigan *et al.*, *Nature*, 444, 67, 2006 ; A. Schliesser *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 97, 243905, 2006.

[3] A. D. O'Connell *et al.*, *Nature*, 464, 697, 2010.

[4] J. D. Teufel *et al.*, *Nature*, 475, 359, 2011.

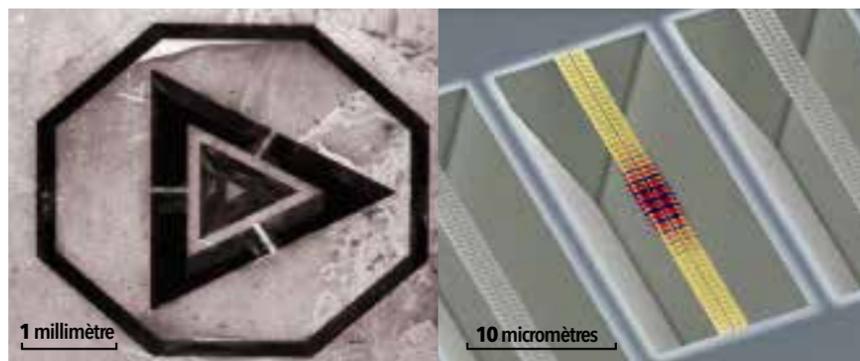
[5] J. Chan *et al.*, *Nature*, 478, 89, 2011.

[6] E. Verhagen *et al.*, *Nature*, 482, 63, 2012.

### Pour en savoir plus

► La lumière quantique, *Les Dossiers de La Recherche*, n° 38, février 2010.

► Le monde quantique, *Les Dossiers de La Recherche*, n° 29, novembre 2007.



Les résonateurs optomécaniques utilisés en laboratoire sont de forme et de taille diverses, souvent micrométriques, parfois nanométriques. Leurs déplacements sont dus à des modes de vibration internes. Celui de gauche a été mis au point au laboratoire Kastler-Brossel, celui de droite, à Caltech. © LAB. KASTLER-BROSSEL/UNIV. P.-ET-M.-CURIE – OSKAR PAINTER/CALTECH KAVLI NANOSCIENCE INST.